Opleiding: Middenkaderfunctionaris Bouw en Infra

Leerweg: BOL Niveau 4

Wiskunde 1-3

Opdrachten Week 06

Goniometrische verhoudingen

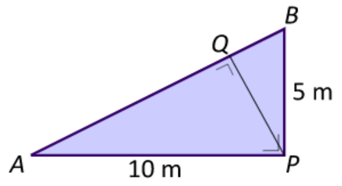
Te behalen cijfers = NVT

Naam: ______________________________

Klas: ______________________________

Datum: ______________________________

Uitleg 01



Je ziet een rechthoekige driehoek APB. De hoogtelijn PQ stelt de afstand van punt P tot lijnstuk AB voor.

Deze afstand PQ kun je berekenen met behulp van gelijkvormigheid: twee driehoeken zijn gelijkvormig als hun hoeken gelijk zijn. Dat is het geval bij de driehoeken APB en PQB. Je noteert $\Delta APB \sim \Delta PQB$ met de overeenkomstige hoekpunten op dezelfde plaats.

Je weet dan dat de verhoudingen van de overeenkomstige zijden gelijk zijn:

$AP = 10$	$PB = 5$	AB
PQ	QB	$PB = 5$

Je ziet nu dat je van ΔAPB nog de lengte van AB moet berekenen.
Daarvoor gebruik je de stelling van Pythagoras in ΔAPB:
$AP^2 + PB^2 = AB^2$ geeft $10^2 + 5^2 = 125 = AB^2$, zodat $AB = \sqrt{125} \approx 11{,}180$.

Deze waarde van AB kun je in de tabel invullen. Er geldt: $\dfrac{PQ}{AP} = \dfrac{PB}{AB}$, dus $\dfrac{PQ}{10} \approx \dfrac{5}{11{,}180} \approx 0{,}447$.

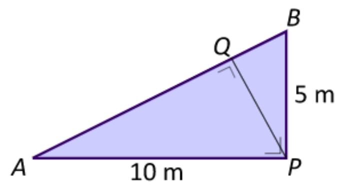
Dit levert op $PQ \approx 4{,}47$ m.

Opgave 01:

Bekijk Uitleg 1.
Er wordt gesteld dat $\Delta APB \sim \Delta PQB$ omdat de overeenkomstige hoeken gelijk zijn.

a Welke hoeken zijn dat?

b Driehoeken zijn gelijkvormig als de overeenkomstige hoeken gelijk zijn.
Geldt dat ook voor andere figuren?

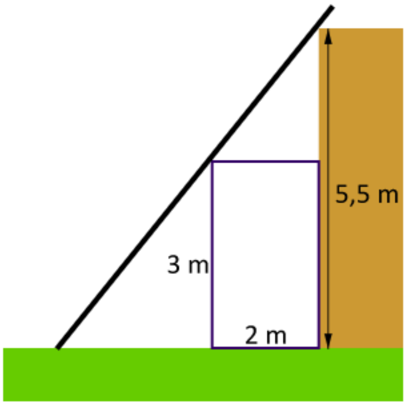


Je kunt deze berekening ook uitvoeren met de driehoeken APB en APQ .

c Laat zien, dat je dan op dezelfde waarde van PQ uitkomt.

Opgave 02:

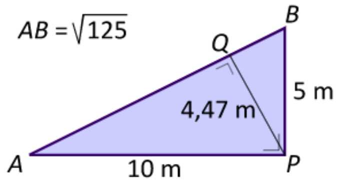
Je ziet hier hoe iemand een ladder tegen een $5{,}5$ m hoge muur plaatst over een schuurtje heen waarvan de hoogte 3 m en de diepte tot de muur 2 m is.



a Hoe ver minimaal van de muur moet die ladder op de grond worden geplaatst?

b Hoe lang moet de ladder minimaal zijn?

Uitleg 2:



Dit is dezelfde figuur als in Uitleg 1.
De afmetingen die je daar hebt berekend, staan nu in de figuur.

Als je hierin hoeken wilt berekenen, maak je gebruik van de bekende goniometrische verhoudingen sinus, cosinus of tangens.

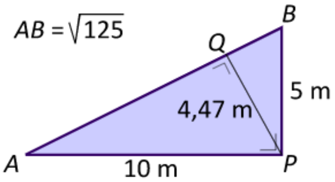
Bijvoorbeeld kun $\angle QPB$ berekenen in de rechthoekige driehoek PQB.
Je weet dan de aanliggende rechthoekszijde PQ van $\angle QPB$ en je weet de langste zijde PB.

Dus: $\cos(\angle QPB) \approx \dfrac{4{,}47}{5} \approx 0{,}894$.

En daarmee bereken je $\angle QPB \approx 26{,}6^\circ \approx 27^\circ$.
Daarbij moet je terugrekenen vanuit cosinus. Op rekenmachines wordt daarvoor $\arccos$, of $\text{inv}\cos$, of $\cos^{-1}$ gebruikt.

Belangrijk is dat goniometrie vooralsnog alleen in rechthoekige driehoeken kan worden toegepast.
Je moet daarom telkens goed opletten waar zo'n driehoek is te vinden. En dan moet je de goniometrische verhoudingen nog weten, je vind ze nog eens in de Theorie .

Opgave 03:



Bekijk Uitleg 2.
Je ziet hoe $\angle QPB$ wordt berekend.

a Misschien moet je eerst even de goniometrische verhoudingen even opzoeken. Schrijf even op wat je verstaat onder sinus, onder cosinus en onder tangens.

b Waarom kun je bij de gegevens in de figuur de grootte van $\angle QPB$ alleen met behulp van cosinus berekenen?

c Bereken met behulp van goniometrie en de gegevens in de figuur de grootte van $\angle A$ op twee manieren.

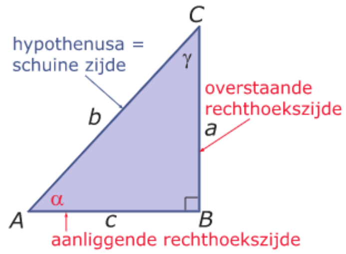
Opgave 04

ΔABC heeft zijden $AB = 6$ cm en $AC = BC = 10$ cm.

Bereken de grootte van elk van de hoeken van deze driehoek in graden nauwkeurig.

Theorie

Je ziet hier een rechthoekige driehoek. De lengtes van de zijden worden met kleine letters aangeduid die corresponderen met de hoofdletters van de hoekpunten er tegenover. De groottes van de hoeken worden met griekse letters aangeduid die corresponderen met de hoekpunten. In dit geval is $\beta = 90^\circ$. In zo'n rechthoekige driehoek geldt:



De **stelling van Pythagoras**:

$$(\text{éne rechthoekszijde})^2 + (\text{andere rechthoekszijde})^2 = (\text{hypothenusa})^2 \,.$$

De **goniometrische verhoudingen**:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{hypothenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{hypothenusa}}$$

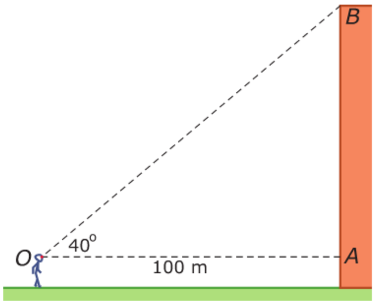
$$\tan(\alpha) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}}$$

Verder gebruik je vaak het feit dat driehoeken **gelijkvormig** zijn als hun overeenkomstige hoeken gelijk zijn. Hun overeenkomstige zijden hebben dan gelijke verhoudingen. De éne driehoek is een **vergroting** van de andere. Er is een vaste **vergrotingsfactor** van de lengtes van de éne driehoek naar de overeenkomstige lengtes van de andere driehoek.

Opgave 05:

Hiernaast zie je hoe iemand de hoogte van een flatgebouw berekent.
Hij gaat 100 van een verticale gevel van de flat staan en meet de hoek waaronder hij de top van die gevel ziet. Dat is de hoek tussen een horizontale lijn en de kijklijn vanuit zijn oog naar de top van de gevel. Zo'n hoek heet een hellingshoek. Hier wordt een hellingshoek van 40° gemeten.

Hoe hoog is het flatgebouw als de hellingshoek op $1{,}50$ m boven de grond wordt gemeten?



Opgave 06:

Een landmeter staat 50 m van een cilindervormige koeltoren af en meet de hellingshoek naar de top. Hij vindt 31° . Zijn hoekmeter staat op een statief en zit $1{,}50$ m boven de grond.

Bereken de hoogte van deze koeltoren.

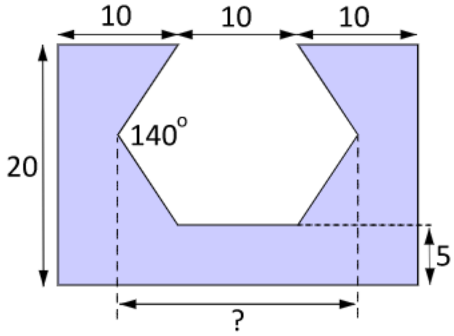
Opgave 07:

Een vuurtorenwachter zit boven in zijn vuurtoren 40 m boven de zeespiegel. Hij ziet twee schepen die zich met de vuurtoren precies in één vlak bevinden. De man ziet deze boten onder hellingshoeken van 22° en 16° .

Bereken de afstand tussen beide schepen.

Opgave 08:

Je ziet hier een symmetrisch profiel, alle afmetingen zijn in mm.
Bereken de afmeting waar het vraagteken bij staat.



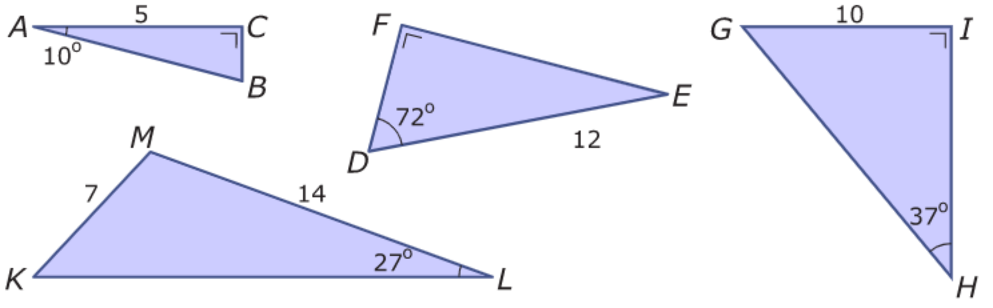
Opgave 09:

Een driehoekige plaat ABC heeft als hoogte $CD = 1{,}2$ m.
Verder is $AC = 1{,}8$ m en $\angle C = 70^\circ$.

Hoe lang zijn de overige zijden van deze driehoek?

Opgave 10:

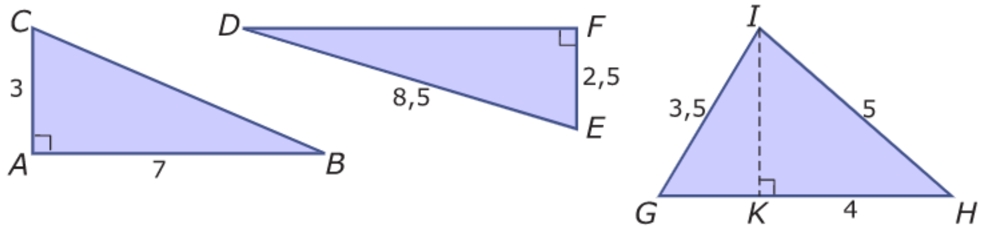
Je ziet hier vier driehoeken.



Bereken alle onbekende zijden in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 11:

Je ziet hier drie driehoeken.



Bereken alle onbekende hoeken in graden nauwkeurig.

Opgave 12:

De toren van Pisa staat al jaren scheef. De toren is 82 m lang, maar als je een steen neerlaat aan een touw vanaf het laagste punt van de scheve bovenrand, dan raakt de steen de grond als het touw 80 m lang is.

Hoe groot is dan de hoek die de scheve toren van Pisa met de begane grond maakt?

Opgave 13:

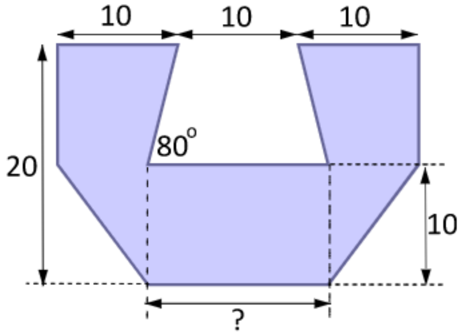
Je ziet hier het SmartCover van een iPad2. Dit SmartCover bedekt de iPad volledig, de afmetingen ervan zijn $18{,}5$ bij 24 cm. Hij bestaat (zoals je ziet) uit vier aaneengesloten banen van 24 cm lengte, die echter niet allemaal even breed zijn. De tweede baan van links is ongeveer $5{,}6$ cm breed en de andere drie zijn $4{,}3$ cm breed.

Als je het SmartCover oprolt zoals in de figuren hieronder is te zien, dan maakt het scherm een hoek met de tafel waar hij op ligt. Neem voor deze opgave aan dat de iPad en de SmartCover geen dikte hebben.

a Hoe groot is de hellingshoek van de iPad met de tafel?

b Je kunt de driehoekige steun nog verder scharnieren en zo de iPad in de kijkstand zetten. Een strook van $4{,}3$ cm breedte ligt nu op het tafelblad en de tablet leunt tegen een andere strook van $4{,}3$ cm. Welke hoek maakt de iPad nu met het tafelblad? En hoe hoog zit de bovenrand van de iPad nu boven het tafelblad?

Opgave 14:



Je ziet hier een dwarsdoorsnede van een profiel.
Alle afmetingen zijn in mm.

Bereken de afmeting waar het vraagteken bij staat in tienden van mm nauwkeurig.

Antwoorden